

文章编号 1004-924X(2011)04-0783-06

静电驱动的亚微米悬臂梁谐振器非线性特性

岳东旭, 于 虹, 袁卫民

(东南大学 电子科学与工程学院 MEMS 教育部重点实验室, 江苏 南京 210096)

摘要:理论分析了亚微米尺寸的悬臂梁结构的非线性力学模型,研究了非线性产生的物理机制。采用外部静电激励机制,使悬臂梁谐振器产生谐振,借助 Polytec 激光多普勒测振系统检测了悬臂梁的频率响应曲线。测试结果表明,悬臂梁具有显著的非线性效应(即“弹簧变软”效应)。实验证实了这种非线性效应几乎和交流电压无关,却随着直流电压的增大而显著增大,最大峰值偏移达到 0.5 MHz。提取出 3 组一阶机械弹性系数分别为 79.62, 31.75 和 14.92 N/m,实验结果符合理论规律。对实验中的偏差做了进一步的分析和讨论,利用软件 ANSYS 对过腐蚀对结构刚度和频率响应的影响做了相应的模拟,结果和实验测量数据相吻合。

关键词:静电驱动;悬臂梁谐振器;非线性;频率响应

中图分类号:TP212.1 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111904.0783

Nonlinear characteristics of sub-micron cantilever beam resonators actuated by statical electricity

YUE Dong-xu, YU Hong, YUAN Wei-min

(*Key Laboratory of MEMS of the Ministry of Education,
School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China*)

Abstract: A nonlinear mechanical model for sub-micron cantilevers was analyzed in detail and its physical mechanism was researched to provide a theoretical basis for experiments. The electrostatical force was used to achieve the resonance state cantilever beams and a Polytec laser Doppler vibration measurement system was taken to observe the frequency response curve. Experimental results show that the beams have significant nonlinear effects (the spring softening effect) and the nonlinearity is relatively independent on the AC voltage, but it is markedly enhanced with increasing the DC voltage. The obtained maximum peak shift is 0.5 MHz and extracted first-order mechanical elasticity coefficients are 79.62, 31.75, and 14.92 N/m, respectively. Furthermore, the deviation of the experiment was also discussed and analyzed. The effects of overetching by wet chemical etching on the stiffness and frequency response were stimulated by ANSYS software. In conclusion, the corresponding simulation results are well coincident with the experimental data.

Key words: electrostatic actuation; cantilever resonator; nonlinearity; frequency response

收稿日期:2010-03-15;修订日期:2010-05-28.

基金项目:国家 973 重点基础研究发展计划资助项目(No. 2006CB300404);国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2007AA04Z301)

1 引言

纳米线、纳米薄膜、纳米梁等^[1-3]微纳结构谐振式传感器因其性能良好一直是微纳领域的研究热点,其中静电驱动的微/纳米梁谐振器因其在质量、生物化学传感,信号滤波和无线传输等领域卓越的性能而受到人们更多的关注^[4-7]。这不仅由于它们结构简单易于设计优化,更重要的是其具有超高的灵敏度、超高的分辨率和较低功耗等良好的特性,在微/纳机械系统(MEMS/NEMS)的研究中始终扮演着重要角色。目前,人们研究的微纳机械谐振器其频率已达到 MHz 甚至 GHz,并且发现工作在高频段的谐振器,除具有超高的灵敏度和分辨率、低功耗等特性外,其非线性行为也非常明显。A. Erbe 等人研究了电磁激励下的纳米谐振梁的非线性效应,并利用这种效应实现了机械混频^[3]。M. Agarwal 利用静电驱动,实验上观察到了双端固定的音叉谐振器的非线性现象^[7]。M. Palaniapan 研究了 SOI 工艺自由-自由微米梁谐振器的非线性行为并观察到了滞回现象^[8]。L. C. Shao 也在实验上研究了面内振动的双端固支谐振梁的非线性特性并进一步讨论了如何取消非线性带来的影响等^[9]。本文研究了亚微米尺寸的悬臂梁结构的非线性力学行为,分析了非线性产生的物理机制,解释了实验中观察到的频率偏移现象,得出悬臂梁的非线性由直流电压决定而与交流电压几乎无关的结论,得到的实验结果符合理论规律。

2 工艺制造

本文实验设计的悬臂梁谐振器采用 SMIOX(深注入氧工艺)工艺制做晶面为(100)方向的 SOI 硅片,由中芯国际 0.18 μm 工艺线流片完成,实验中用到的悬臂梁的晶向均沿 $\langle 110 \rangle$ 方向。其上层硅的厚度为 200 nm,中间二氧化硅氧化层的厚度为 200 nm,底层硅为 350 μm 。具体工艺步骤如下图:

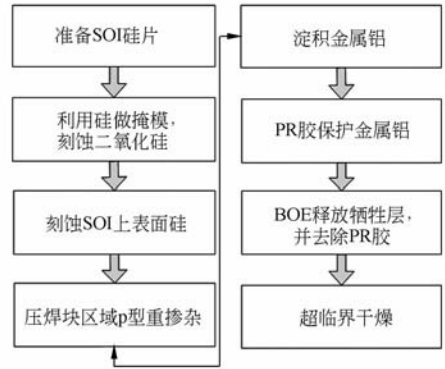


图 1 悬臂梁谐振器制作工艺流程图

Fig. 1 Fabrication process of cantilever resonators

3 非线性振动的动力学模型

3.1 非线性模型的一般形式

A. Erbe 首次提出了利用达芬方程描述纳机械谐振器的非线性特性,基于宏观连续体理论用质量-弹簧-阻尼系统来表示其力学模型^[6]。一般认为亚微米尺度下的纳米梁振动方程依然遵循此模型,当受迫振动的谐振梁的非线性刚度系数需要考虑时,系统动态特性可以由下面的动力学方程来表示:

$$x'' + 2\mu x' + \omega_0^2 x + k_2 x^2 + k_3 x^3 = F_{ch}(t), \quad (1)$$

其中 x 为位移; μ 为阻尼系数; ω_0 为角速度, $\omega_0 = (k_1/m)^{1/2} = [(k_{m_1} - k_{e_1})/m]^{1/2}$; k_1, k_2 和 k_3 分别代表有效线性、二次和三次弹性常数; m 是结构的集中质量; $k_1 = k_{m_1} - k_{e_1}$, k_{m_1} 和 k_{e_1} 分别是结构恢复力和外加静电引力的线性系数, k_2, k_3 则有类似的定义,对于悬臂梁有 $k_{m_2} = k_{m_3} = 0$, $F_{ch}(t)$ 是外部施加的简谐力。

3.2 悬臂梁结构的非线性模型

本论文设计采用静电驱动方法,通过施加在梁与衬底之间的交流电压来驱动梁,其中衬底作为下电极。文中采用了典型的悬臂梁结构,图 2 为成功释放的 5 μm 长的悬臂梁 SEM 照片。

驱动信号一般采用直流加交流的形式,这样可以更为容易地使梁产生谐振。当输入电压为 $V(t) = V_{dc} + V_{ac} \cos(2\pi ft)$ 时,结构受到的静电力泰

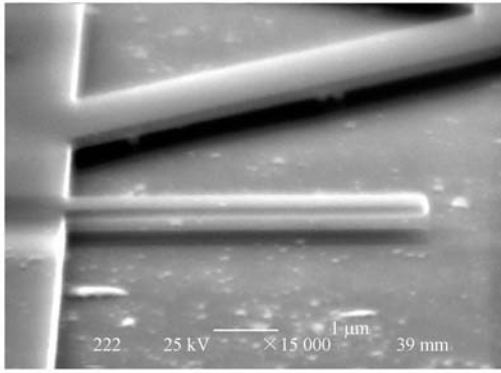


图2 5 μm×2 μm×0.2 μm悬臂梁的SEM照片

Fig. 2 SEM micrograph of 5 μm×2 μm×0.2 μm released beam

勒展开式有以下形式:

$$F_e(x, t) = \frac{\epsilon_0 \omega l}{2(d_0 - x)^2} V(t)^2 = \frac{\epsilon_0 \omega l}{2d_0^2} \left[1 + 2 \frac{x}{d_0} + 3 \left(\frac{x}{d_0} \right)^2 + 4 \left(\frac{x}{d_0} \right)^3 + O(x^4) \right] V(t)^2 = (F_{e0} + F_{e1} + F_{e2} + F_{e3} + O(x^4)) V(t)^2, \quad (2)$$

$$V(t)^2 = V_{dc}^2 + 2V_{dc} V_{ac} \cos(2\pi ft) + V_{ac}^2 \cos^2(2\pi ft), \quad (3)$$

$$k_{e1} = \frac{\epsilon_0 A}{d_0^3} V(t)^2, k_{e2} = \frac{3\epsilon_0 A}{2d_0^4} V(t)^2, k_{e3} = \frac{2\epsilon_0 A}{d_0^5} V(t)^2. \quad (4)$$

其中 A 表示悬臂梁正对下极板的面积, ω 表示梁的宽度, d_0 表示梁和下极板的间距。直流 V_{dc} 和 V_{ac} 分别是所施加的直流电压和交流电压, 且 $V_{ac} \ll V_{dc}$, 故公式(3)中的第三项常忽略不计。由(2)式易得静电力的线性和非线性系数的表达式, 从而提取出静电力的各项系数如公式(4)。这里忽略 k_{e2} , k_{e3} 的影响(其更详细的分析见文献[10]), 只考虑静电力线性弹性常数的作用, 因 ω/d_0 较小边缘效应不可忽略^[11], 故此时结构的一阶本征谐振频率为

$$f_0' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(k_{m1} - k_{e1})}{m}} = f_0 \sqrt{1 - \frac{k_{e1}}{k_{m1}}}, \quad (5)$$

$$k_{e1} = \frac{\epsilon_0 \omega l V^2}{d^3} + \frac{0.17\epsilon_0 \omega^{0.25} l V^2}{d^{2.25}} + \frac{0.4\epsilon_0 h^{0.5} l V^2}{d^{2.5}} + \frac{0.17\epsilon_0 \omega l^{0.25} V^2}{d^{2.25}}, \quad (6)$$

由上式可知, 外加电压 $V(t)$ 起着调控结构机械谐振频率 f_0 的作用, f_0' 将随着 $V(t)$ 增大而减小, k_{e1}

表达式的后3项为考虑了电容边缘效应的结果。

4 实验结果与讨论

实验中采用 Polytec 激光多普勒测振仪测量系统检测谐振梁的频率特性。图3为半个大气压下谐振频率为 11.37 MHz 悬臂梁的频率响应曲线, 其品质因数大约为 80。选择了3组不同尺寸的悬臂梁, 用于说明非线性与尺寸以及过腐蚀深度对本征频率的影响。第一组在常压下测量得到尺寸为 3.5 μm×1.5 μm×0.2 μm 的悬臂梁谐振频率为 13.69 MHz, 接着对其不同偏置条件下的频率响应特性进行了测试, 结果表明在恒 V_{dc} 下, 随着 V_{ac} 驱动电压的增加, 频率响应曲线几乎不变, 如图4(b); 然而, 当保持 V_{ac} 不变增加直流时其幅频曲线却明显地向左偏移, 即出现“弹簧变软”效应^[12]如图4(a)。 V_{dc} 从 10 V 增大到 30 V, 谐振峰偏移量达 0.5 MHz, 是先前报道的近 50 倍^[9]。究其原因后面提到的过腐蚀降低了结构本身的弹性系数, 另一方面, d_0 足够小致使机构受到的静电力增大到和结构恢复力可以比拟的程度。如此大的频率偏移量对于常见的利用频率偏移原理的传感器来说具有足够大的灵敏度。

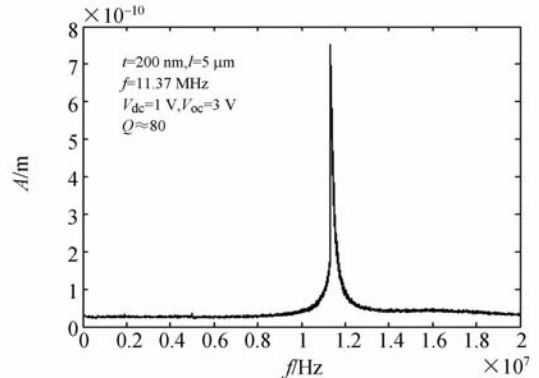
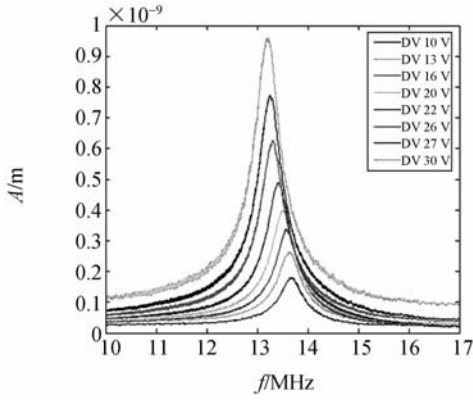


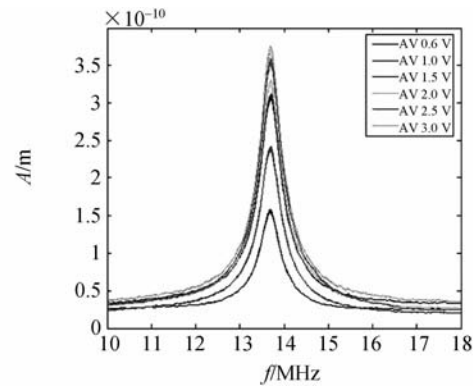
图3 谐振频率为 11.37 MHz 悬臂梁的频率响应曲线

Fig. 3 Frequency response of cantilever beam with 11.37 MHz of resonant frequency

第二组选择了较长的尺寸 5 μm×1.5 μm×0.2 μm 的梁做了同样的测试, 得到类似的特性曲线如图5(a)和(b)所示, 当 V_{dc} 在 5~20 V 区间变化时, 偏移量达 0.48 MHz。第三组选了与以上两组等宽、等高、长为 9 μm 的结构, 得到了它在 V_{dc} 增大时的一组频率曲线如图(6), 同样观察到了明显的“弹簧变软”效应, 同时也得出在一定尺



(a) 随直流电压变化
(a) For varying V_{dc}



(b) 随交流电压变化
(b) For varying V_{ac}

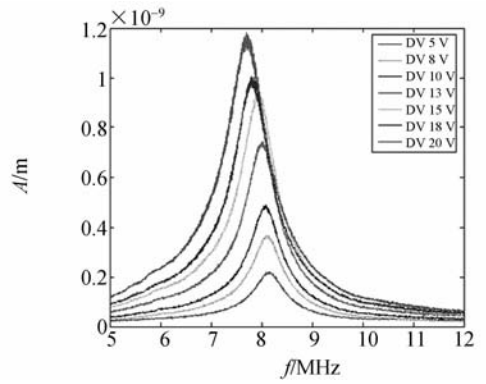
图 4 施加电压变化时, $3.5 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ 悬臂梁的频率特性

Fig. 4 Frequency response curves of $3.5 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ cantilever beam resonator with applying voltages varied

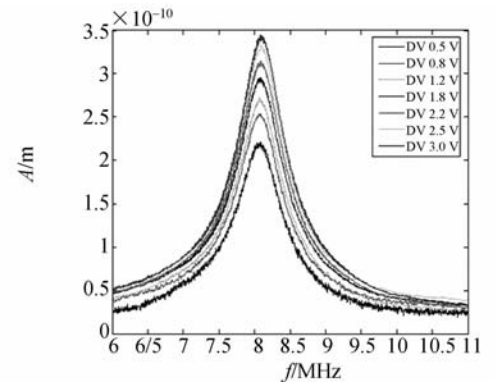
度范围内,随着梁尺寸的增大偏移量有稍微变大的趋势。

对以上三组实验进行了参数分析,图 7 为 $V_{dc}-f_0'$ 二次关系曲线,其中图 7(b) 中小图为 $9.0 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ 悬臂梁的 $V_{dc}-f_0'$ 拟合曲线。把 3 组相应的结构尺寸代入,根据公式 (5)、(6),可以从曲线提取出一阶机械线性弹性系数 k_{m1} 分别为 79.62、31.75 和 14.92 N/m。

由于在湿法释放结构时不可避免地会产生过腐蚀现象,此时原先设计的悬臂梁结构却演变成了 T 型梁,而这必然会对结构谐振频率和弹性系数产生影响。利用三维测试仪测量过腐蚀长度 d_{ts} 大约为 $2 \mu\text{m}$,于是本文利用 ANSYS 软件做了相应的模拟。材料的杨氏模量 E 取 170 GPa,泊



(a) 随直流电压变化
(a) For varying V_{dc}



(b) 随交流电压变化
(b) For varying V_{ac}

图 5 施加电压变化时, $5.0 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ 悬臂梁的频率特性

Fig. 5 Frequency response curves of $5.0 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ cantilever beam resonator with applying voltages varied

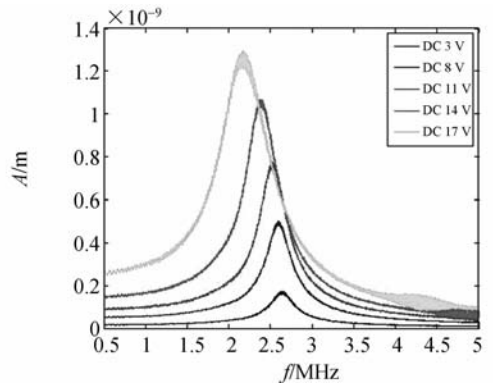


图 6 $9.0 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ 悬臂梁 V_{dc} 变化时的频率特性

Fig. 6 Frequency response curves of $9.0 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m} \times 0.2 \mu\text{m}$ cantilever beam resonator

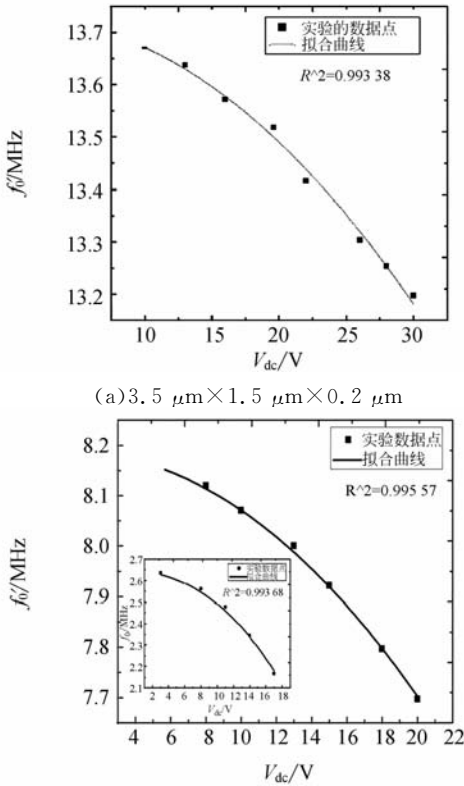


图 7 3 组不同尺寸的悬臂梁的 $V_{dc} \sim f_0'$ 拟合曲线
Fig. 7 Plot of resonant frequency f_0' verse V_{dc} for cantilever beam

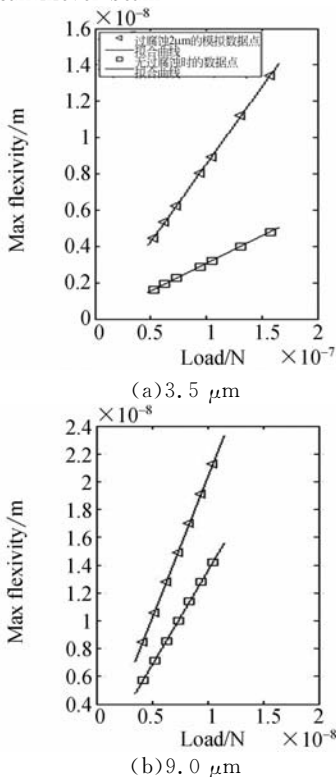


图 8 ANSYS 模拟无过腐蚀和过腐蚀 $2 \mu\text{m}$ 载荷-挠度关系曲线
Fig. 8 ANSYA simulation curve of load-flexibility between over-etching and non over-etching

松比为 0.28。表 1 给出了两组梁的不同的 d_{fs} 和前三阶频率数据结果,结果表明结构越短 d_{fs} 对本征频率的影响越大,长为 $3.5 \mu\text{m}$ 的悬臂梁当 $d_{fs} = 2 \mu\text{m}$,本征频率减小了近 41%,而相应的 $9.0 \mu\text{m}$ 的悬臂梁只减小了 18%,模拟和实验的测量结果具有较好的一致性;图 8 为 ANSYS 模拟长为 $3.5 \mu\text{m}$ 和 $9.0 \mu\text{m}$ 的两组梁的无过腐蚀和过腐蚀 $2 \mu\text{m}$ 时的载荷-挠度关系图,提取相应的弹性系数分别为 11.74,1.355,分别比试验结果小 6 和 11 倍之多。如此大的偏离可以认为主要是此时的亚微米悬臂梁产生形变时电荷会发生重新分布,而这将使结构件所产生的静电力偏离了原来的均布载荷^[10];其它还有诸多的影响因素,比如结构如果暴露在空气中,便会在结构的表面产生氧化层,外界杂质以及实际表面的粗糙性等。此时由图 8 也不难知道,过腐蚀虽然降低了结构的弹性系数,但从另一方面来讲,由于机械弹性系数比静电力系数大得多,因此机械弹性系数的减低反而起到了增大频率偏移灵敏度的效果。

表 1 二组悬臂梁模拟尺寸参数及结果

Tab. 1 Simulated results of two groups of cantilever beams

尺寸/ μm^3	$d_{fs}/\mu\text{m}$	一阶频率/Hz	二阶频率/Hz	三阶频率/Hz	
3.5×1.5	0	22.885×10^6	109.39×10^6	142.07×10^6	
	1.0	16.130×10^6	92.947×10^6	95.581×10^6	
	×0.2	2.0	13.513×10^6	64.256×10^6	71.471×10^6
	2.5	12.338×10^6	42.435×10^6	42.448×10^6	
9.0×1.5	0	0.34341×10^7	0.21492×10^8	0.25112×10^8	
	1.0	0.29906×10^7	0.18554×10^8	0.22900×10^8	
	×0.2	2.0	0.28102×10^7	0.16879×10^8	0.22482×10^8
	2.5	0.27325×10^7	0.15922×10^8	0.22394×10^8	

5 结 论

本文详细分析了悬臂梁结构在不同驱动条件下的频率响应非线性特性,结合引入的理论模型定性解释了实验中观察到的频率偏移现象并做了相应的分析,得到悬臂梁的非线性由 V_{dc} 决定而几乎和 V_{ac} 无关的结论。同时利用 ANSYS 模拟考察了过腐蚀对结构频率和弹性系数和影响,论证了对较短的悬臂梁 ($L < 3 \mu\text{m}$) 来说,过腐蚀会大大降低结构的本征频率。

参考文献:

- [1] 陈国炜, 朱荣. 基于氧化锌纳米线的硅谐振式加速度计[J]. 光学精密工程, 2009, 17(6): 1279-1285.
CHEN G W, ZHU R. Silicon micromachined accelerometer base on ZnO nanowire [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(6): 1279-1285. (in Chinese)
- [2] 莫绍孟, 陈剑鸣, 吴光敏, 等. 独特谐振模式下薄膜体声波谐振器的设计[J]. 光学精密工程, 2009, 17(6): 1251-1256.
MO SH W, CHEN J M, WU G M, *et al.*. Design of thin film bulk acoustic resonator under unique mode [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(6): 1251-1256. (in Chinese)
- [3] 李应良, 潘武. 射频系统中的 MEMS 谐振器和滤波器[J]. 光学精密工程, 2004, 12(1): 47-54.
LI Y L, PAN W. MEMS resonators and filters in RF systems [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12(1): 47-54. (in Chinese)
- [4] RHOAD J F, SHAW S W, TURNER K L, *et al.*. Tunable microelectromechanical filters that exploit parametric resonance [J]. *Vibr. Acoust.*, 2005, 127(5): 423-430.
- [5] ARLETT J L, MALONEY J R, GUDLWSKI B, *et al.*. Self-sensing micro-and nanocantilevers with attonewton-scale force resolution [J]. *Nano Letters*, 2006, 6(5): 1000-1006.
- [6] ERBE A, KROMMER H, KRAUS. Mechanical mixing in nonlinear nanomechanical resonators [J]. *Appl Phys Lett.*, 2000, 77(19): 3102-3104.
- [7] AGARWAL M, PARK K K, CANDLER R N. Nonlinear characterization of electrostatic MEMS resonator [J]. *IEEE Frequency Control Symposium*, 2006: 209-212.
- [8] PALANIPAN M, KHINE L. Nonlinear behavior of SOI free-free micromechanical beam resonator [J]. *Sensors and Actuators*, 2008, 142: 203-210.
- [9] SHAO L C, PALANIPAN M, TAN W W. The nonlinearity cancellation phenomenon in mechanical resonators [J]. *Journal of Micromechanical and Microengineering*, 2008, 18: 065014 (9pp).
- [10] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. *Mechanics* [M]. 3rd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999.
- [11] CHOWDHURY S, AHMADI M, MILER W C. A closed form model for the pull-in voltage of electrostatically actuated cantilever beams [J]. *Journal of Micromechanical and Microengineering*, 2005, 15: 756-763.
- [12] ZHAO J H, BRIDGE G E, THOMSON D J. Direct evidence of "spring softening" nonlinearity in micromachined mechanical resonator using optical beam deflection technique American Vacuum Society [J]. *J. Vac. Sci. Technol.*, 2006, 24(3): 732-736.

作者简介:



岳东旭(1983—),男,河南商丘人,2007年于河南大学获得学士学位,主要从事 NEMS 谐振器及其检测系统的研究。
E-mail: dxuyuehd@163.com



袁卫民(1984—),男,江苏南通人,硕士研究生,2007年南京理工大学获学士学位,主要从事 MEMS 研究。E-mail: shuibianye@126.com



于虹(1966—),女,河南安阳人,副教授,博士,硕士生导师,1995年于东南大学获得博士学位,1999~2001年为日本静岡大学访问学者,主要从事 NEMS 系统、光子晶体方面的研究。
E-mail: h_yu@seu.edu.cn